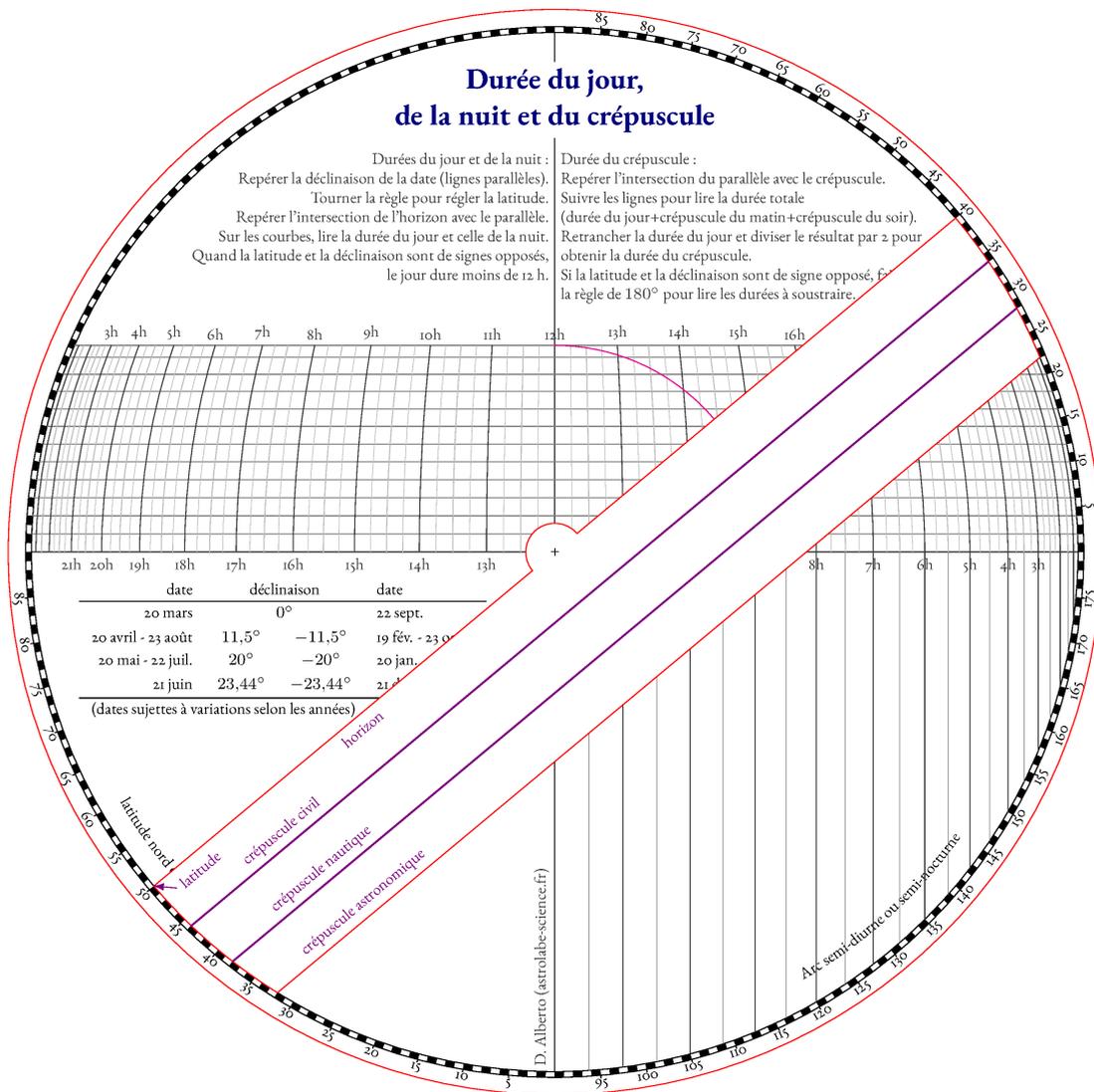


# Maquette Durée du jour, de la nuit et du crépuscule

David Alberto\*



Cet instrument astronomique permet de déterminer sans calcul la durée du jour à n'importe quelle date et en n'importe quel lieu de la Terre.

Il permet aussi de trouver la durée du crépuscule, par différence.

## 1 Montage

— Imprimer la feuille avec les 2 pièces à découper (disque et règle mobile). L'impression peut se faire avec mise à l'échelle. Le bristol sera plus facile à manipuler que le papier standard.

La règle mobile peut éventuellement être imprimée sur une feuille transparente, pour faciliter la lecture.

- Avec une pointe de compas ou une punaise, pratiquer un petit trou sur chaque pièce : au centre, pour le disque, sur la petite croix pour la règle mobile.
- Sur une punaise ou un pin's, enfiler le disque, puis la règle mobile.
- Éventuellement, coller au dos le graphique donnant la déclinaison du Soleil en fonction de la date (voir figure 1 page 3).

## 2 Utilisation

### 1. Préambule.

- (a) Il est nécessaire de connaître la valeur approximative de la déclinaison du Soleil, à la date voulue. C'est l'angle formé par la direction du Soleil et le plan de l'équateur. Cet angle varie de jour en jour; on considère généralement que sa valeur reste constante au cours d'une journée. Le graphique (figure 1 page 3) permet de connaître la déclinaison à une date donnée. Voir également la section 3 page 6. Sur l'instrument, quelques dates indicatives ont été placées (autour du 20 de chaque mois).
- (b) Selon les saisons, la déclinaison du Soleil peut être négative ou positive (nulle aux équinoxes). Sur cet instrument, la déclinaison est lue indépendamment de son signe, sur les lignes parallèles. Par exemple, la déclinaison  $+23,4^\circ$  du 21 juin est sur la même ligne horizontale que la déclinaison  $-23,4^\circ$  du 21 décembre.
- (c) Entre le 20 mars et le 22 septembre, la déclinaison est positive, et dans l'hémisphère nord la durée du jour est supérieure à 12 heures. Pour cette même période dans l'hémisphère sud, c'est l'inverse : la nuit est plus longue que le jour.

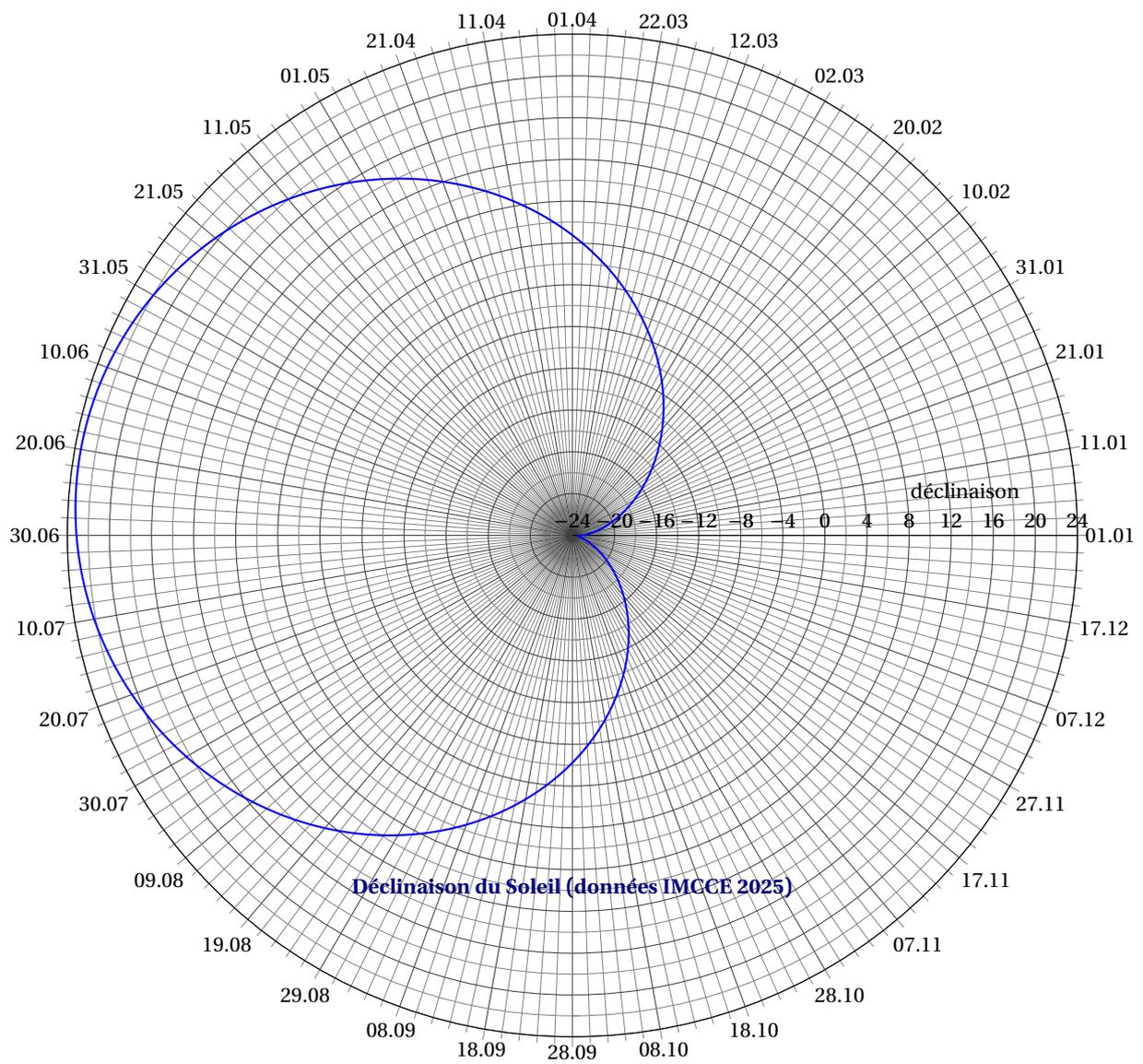
Sur la période 22 septembre - 20 mars, le jour dure moins de 12 heures dans l'hémisphère nord, et plus de 12 heures dans l'hémisphère sud. On peut résumer la situation ainsi : **si la latitude et la déclinaison sont de signes opposés, alors le jour dure moins de 12 heures.**

Il faut garder ceci en mémoire pour utiliser cet instrument, car il indique deux durées : l'une inférieure à 12 heures, l'autre supérieure; selon la date choisie et l'hémisphère où l'on se trouve, il faudra savoir les associer au jour et à la nuit.

- (d) Le crépuscule désigne les moments de la journée où il fait relativement clair, bien que le Soleil soit sous l'horizon. Le crépuscule du matin précède le lever du Soleil, et celui du soir suit son coucher. On peut considérer que ces deux crépuscules ont quasiment la même durée.

Le commencement ou la fin de la nuit noire ne sont pas marqués par un changement brutal, la luminosité du ciel augmentant progressivement. Pour établir une définition sans ambiguïté, les astronomes définissent depuis plusieurs siècles le crépuscule comme le moment où le Soleil se trouve à  $18^\circ$  sous l'horizon, et par conséquent la durée du crépuscule comme la durée entre le passage à  $18^\circ$  sous l'horizon et le passage dans le plan de l'horizon.

Plus récemment, on a défini le *crépuscule civil* (passage à  $6^\circ$ ) et le *crépuscule nautique* ( $12^\circ$ ), qui s'ajoutent au *crépuscule astronomique*. Le ciel est plus lumineux pour le crépuscule civil. En-dessous du crépuscule astronomique, le ciel est supposé être noir. La règle mobile de l'instrument indique les 3 crépuscules par 3 lignes parallèles, le bord étant le crépuscule astronomique. Pour rechercher la durée du crépuscule civil ou nautique, on peut replier la règle en papier le long de la ligne correspondante. La règle transparente laisse voir tous les crépuscules.



**FIGURE 1** – Déclinaison du Soleil en fonction de la date. Ce graphique peut être collé au dos de l'instrument. Exemples de lecture : le 21 avril, la déclinaison vaut  $12^\circ$ . Le 10 octobre : environ  $-7^\circ$ .

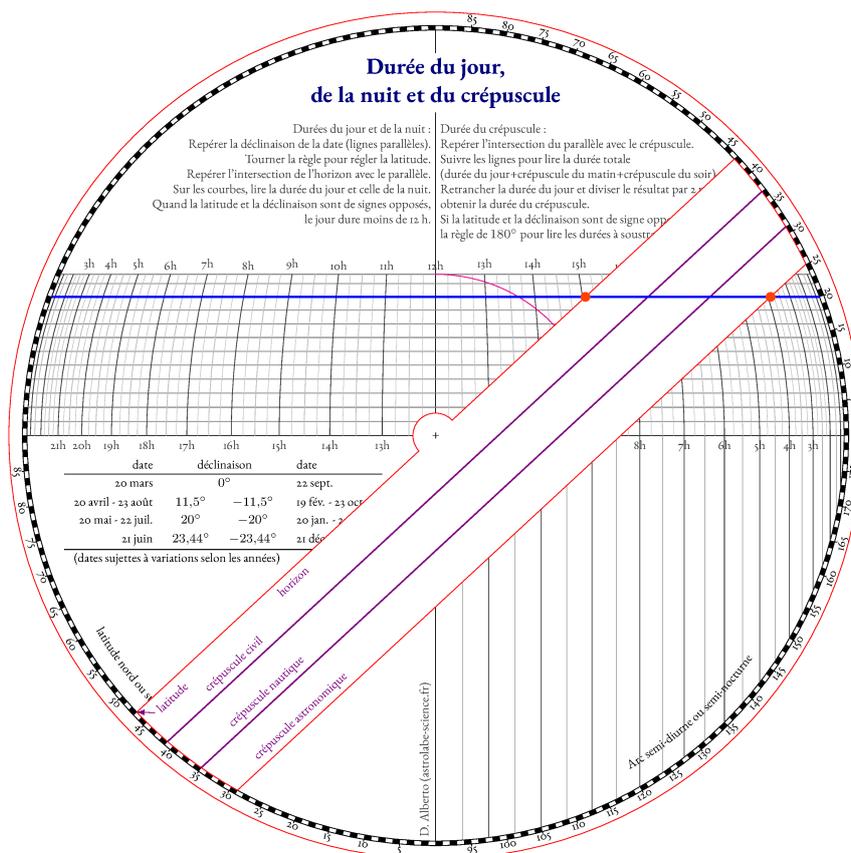
Enfin, il faut noter que ces définitions ne prennent pas en compte le diamètre apparent du Soleil, ni la réfraction de la lumière solaire par l'atmosphère, qui rendent plus délicate la détermination précise de la durée du jour et du crépuscule.

## 2. Détermination de la durée du jour.

- Repérer le parallèle horizontal de la date choisie.
- Régler la règle mobile pour que son bord supérieur représente l'horizon du lieu à la latitude choisie. Sur la règle, la flèche « latitude » au bout du bord HORIZON doit pointer vers la valeur de la latitude du lieu sur le quart inférieur gauche du disque.
- Repérer l'intersection de l'horizon avec la ligne parallèle de la date choisie. La courbe passant en ce point indique les durées du jour et de la nuit (voir figure 2).

## 3. Détermination de la durée du crépuscule.

- Comme précédemment, repérer la ligne parallèle de la date.
- Repérer son intersection avec la ligne de crépuscule.
- Comme précédemment, lire la durée correspondante sur les graduations d'heures.
- Cette durée est celle de la période englobant la durée du jour, celle du crépuscule matinal et celle du crépuscule du soir. Pour déterminer la durée du crépuscule seul (celui du matin ou celui du soir), il faut soustraire de la durée totale celle du jour, puis diviser la différence par deux (figure 2).
- Si la latitude et la déclinaison sont de signes opposés, il y a une consigne particulière pour la durée du crépuscule : il faut **retourner la règle mobile à 180°**, pour faire la lecture des durées à

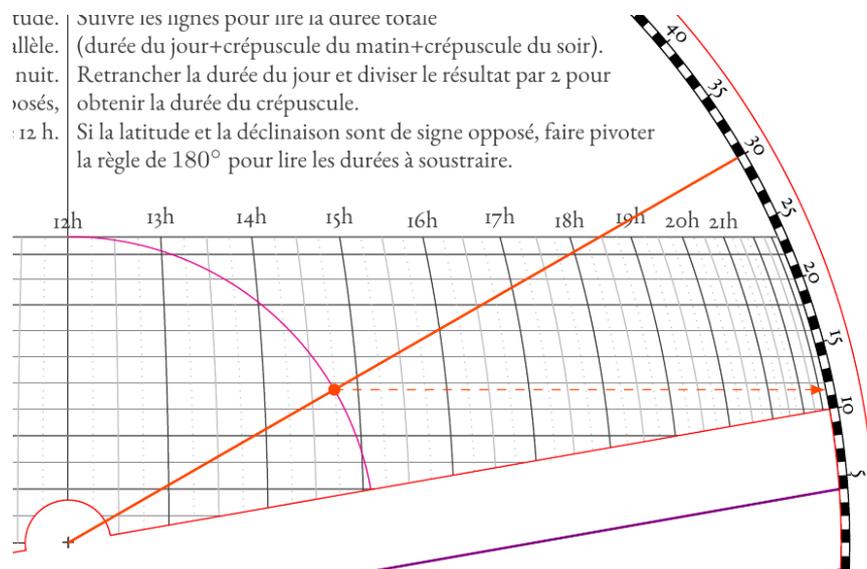


**FIGURE 2** – Exemple de lecture. Le 20 mai (déclinaison 20°), à la latitude 47°, l'instrument indique environ 15 heures. À la latitude 47° Nord, le jour dure 15 heures, et la nuit dure 9 heures (24 – 15 = 9). La durée totale (jour + les deux crépuscules) est d'environ 20 heures. Les crépuscules durent donc 20 – 15 = 5 heures (matin + soir). Le crépuscule dure 2,5 heures.



### 3 Abaque pour déterminer la déclinaison du Soleil

Si le quart supérieur droit de l'instrument est gradué jusqu'à  $90^\circ$  au lieu de  $23,4^\circ$ , c'est parce qu'il possède une fonction quelque peu cachée, qui explique aussi la présence d'un petit quart de cercle (de couleur magenta). Ces éléments rendent possible une estimation de la déclinaison du Soleil, qui s'inspire de certains quadrants des sinus datant du Moyen-Âge et de la Renaissance.



**FIGURE 4** – Estimation de la déclinaison du Soleil dans le quart supérieur droit. Si la longitude écliptique du Soleil vaut  $30^\circ$ , la déclinaison du Soleil vaut  $11,5^\circ$ .

Les graduations de  $0$  à  $90^\circ$  du limbe repèrent la longitude écliptique du Soleil. Elle est nulle à l'équinoxe de printemps (vers le 20 mars), et augmente jusqu'à  $360^\circ$  sur une année complète. Le Soleil parcourt  $360^\circ$  en environ  $365,25$  jours, soit presque  $1^\circ$  par jour.

Certaines valeurs particulières de longitude écliptique sont liées à l'entrée du Soleil dans les différents signes du Zodiaque : ce sont les multiples de  $30^\circ$ . Ainsi l'équinoxe de mars correspond au début du signe du Bélier, la longitude  $30^\circ$  au début du Taureau,  $60^\circ$  pour les Gémeaux, etc.

Si l'on sait que la longitude  $30^\circ$  est atteinte vers le 20 avril, alors on peut estimer la déclinaison du Soleil à cette date de la manière suivante (figure 4) :

- on place le bord horizon de la règle sur la graduation de longitude  $30^\circ$  (ligne orange sur la figure) ;
- on repère l'intersection du bord de la règle avec le quart de cercle de couleur magenta (point orange) ;
- on suit les lignes parallèles horizontales jusqu'au limbe gradué (flèche en pointillés) : elle indique la déclinaison du Soleil.

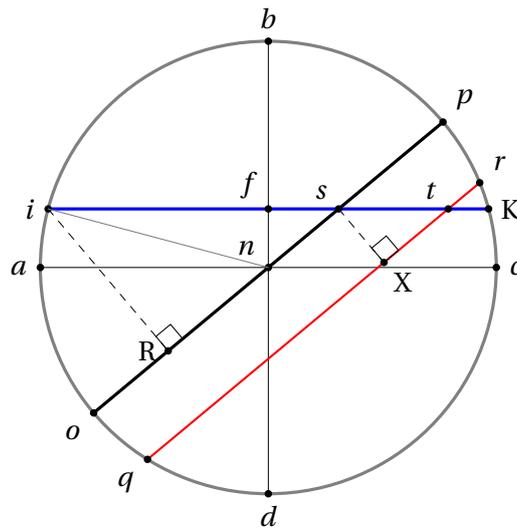
Au-delà de la longitude  $90^\circ$  (entrée dans le signe du Cancer, en général le 21 juin), on rebrousse chemin sur ce quart gradué pour la suite de l'année : graduation  $60^\circ$  pour le signe du Lion, etc. Revenus à la graduation  $0^\circ$  pour l'équinoxe de septembre, on repart dans l'autre sens pour encore un aller et un retour. À partir de là la déclinaison du Soleil est en réalité négative, ce que n'indique pas cet abaque. Mais l'utilisation de cet instrument ne prend pas en compte le signe de la déclinaison. Les dates-repères sont indiquées dans le quart inférieur gauche de cet instrument.

Si la date souhaitée est le 1<sup>er</sup> mai, par exemple, on cherche la date-repère la plus proche (le 20 avril, 11 jours plus tôt), on se place à l'angle correspondant au 20 avril ( $30^\circ$ ), puis on retire  $11^\circ$  (1 degré par jour, pour simplifier). On se place donc à l'angle  $19^\circ$  du limbe pour le 1<sup>er</sup> mai. En procédant à partir de dates-repères, l'erreur occasionnée par l'approximation  $1 \text{ degré} \leftrightarrow 1 \text{ jour}$  est minimale (elle ne devient significative qu'après plusieurs mois), et bien en-deçà de la précision voulue pour cet instrument.

## 4 Explications

Pour qui connaît les instruments astronomiques anciens, le tracé du présent instrument est peut-être familier, du moins les lignes parallèles de la partie supérieure et pour la règle mobile. Ce tracé des parallèles de déclinaison a été popularisé par l'astrolabe universel de l'espagnol Rojas<sup>1</sup>, où la sphère céleste est représentée comme vue depuis une distance infinie, avec ses lignes d'égale déclinaison parallèles, et les lignes d'angle horaire comme des arcs d'ellipses. C'est une projection orthogonale des cercles de la sphère céleste dans le plan du méridien.

Cependant, la présente maquette s'inspire d'un ouvrage un peu antérieur à celui de Rojas. Dans son *De Crepusculis* (1542), un ouvrage qu'il consacre en grande partie au crépuscule, le mathématicien portugais Pedro Nunes<sup>2</sup> trace une figure (figure 5) sur laquelle il s'appuie pour calculer la durée du jour et celle du crépuscule, avec quelques outils de trigonométrie.



**FIGURE 5** – Figure utilisée par Nunes pour la détermination de la durée du jour et du crépuscule. Le segment  $ac$  est l'équateur céleste,  $iK$  le parallèle de déclinaison,  $op$  l'horizon, et  $qr$  la ligne de crépuscule astronomique. Le cercle représente le méridien local.  $b$  est le pôle nord céleste.

Le point  $K$  est la position du Soleil à minuit le jour considéré; il parcourt le segment  $iK$  jusqu'à midi (point  $i$ ). Pour mieux comprendre, la figure 6 propose une représentation dans le plan du parallèle.

L'arc  $H_0$  est appelé *arc semi-diurne*; c'est l'arc parcouru par le Soleil entre son lever et le passage au méridien en  $i$ . Chercher la durée du jour revient à rechercher l'arc semi-diurne, sachant que le jour entier correspond à  $2 \times H_0$  et que  $15^\circ$  sont parcourus en 1 heure. Entre le coucher et le lever, le Soleil se trouve sous le plan de l'horizon.

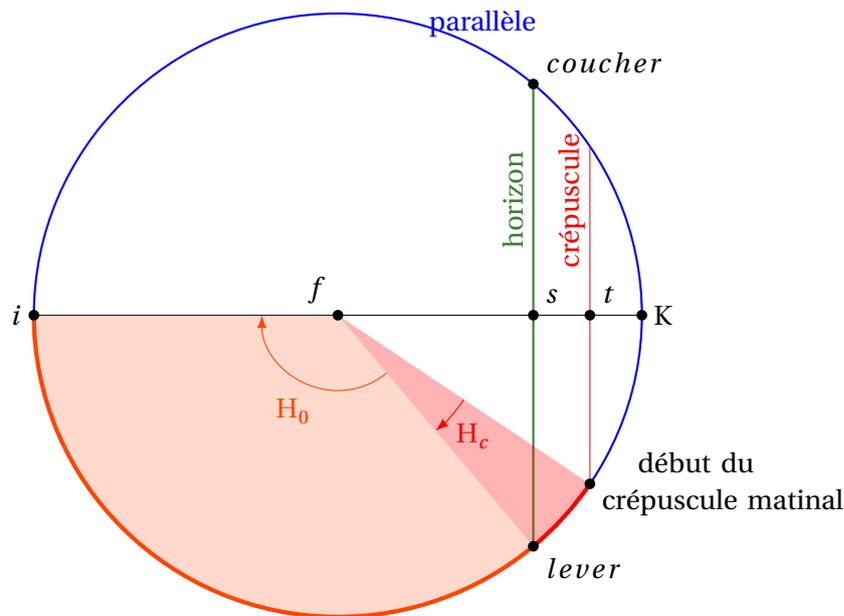
De même, on peut définir l'arc de crépuscule  $H_c$  entre le passage à  $18^\circ$  sous l'horizon et le lever.

La figure 6 montre que l'on a l'égalité suivante :

$$\sin_v(H_0) = \frac{is}{if}$$

Nunes n'utilise jamais la fonction cosinus dans son ouvrage. La fonction *sinus verse* est équivalente à  $1 - \cos$ . On voit donc que le rapport des longueurs  $is$  et  $if$  est le paramètre unique nécessaire à connaître la durée du jour. Si par exemple le point  $s$  se trouve au milieu du segment  $fK$ , alors ce rapport vaut 1,5, ce qui donne :

1. Dom Juan de ROJAS publie son *Commentariorum in Astrolabium* en 1551.  
2. Nonius, en latin (1502-1578).



**FIGURE 6** – Construction dans le plan du parallèle. Le segment vert est l’intersection du plan du parallèle avec le plan de l’horizon du lieu. Le segment rouge est l’intersection du plan du parallèle avec le plan du crépuscule.

$$\begin{aligned} \cos(H_0) &= 1 - \sin_v(H_0) = 1 - 1,5 = -0,5 \\ \text{d'où : } H_0 &= \arccos(-0,5) = 120^\circ \\ \text{le jour dure donc : } & \frac{120^\circ \times 2}{15^\circ} = 16 \text{ heures} \end{aligned}$$

Voyons maintenant comment est construite la maquette pour retrouver l’arc semi-diurne (figure 7 page 9).

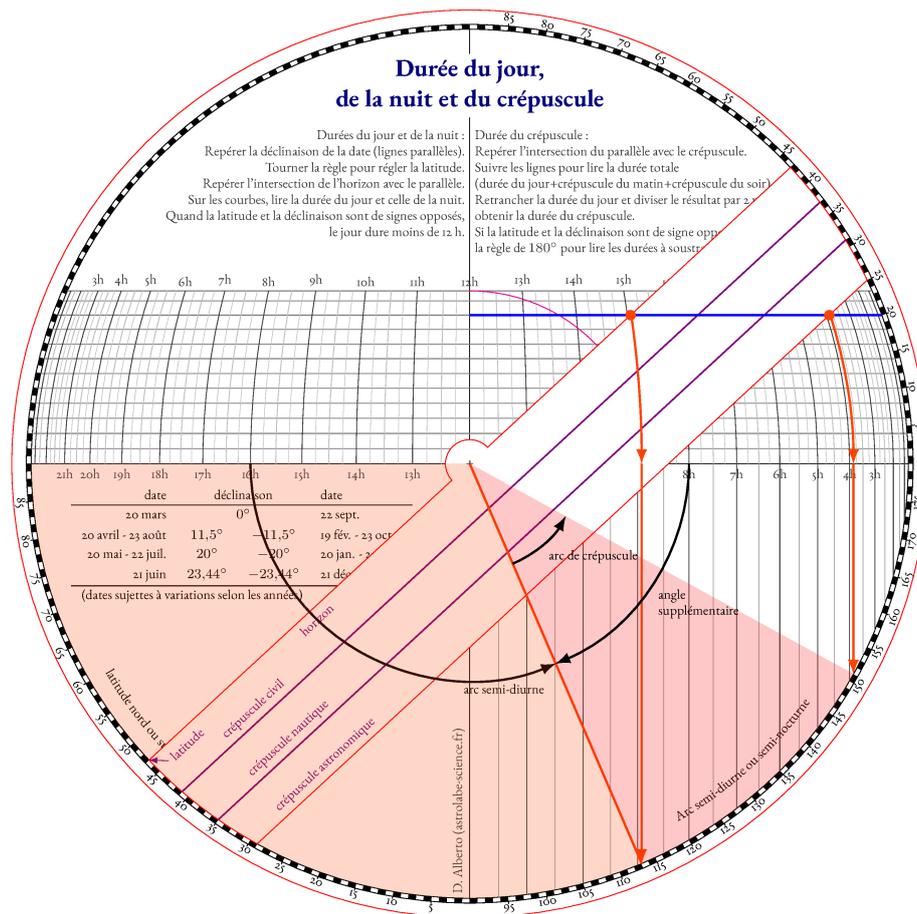
Les parallèles tracés sur le haut de la maquette sont divisés en graduations, chacune repérant une fraction de la longueur maximale du segment *is*. Ces fractions ont été choisies pour correspondre à des durées du jour entières en heures.

Les arcs d’ellipses mènent au diamètre horizontal de l’instrument, qui borde son quart inférieur droit. Ce secteur est l’équivalent d’un quadrant des sinus qui permet de trouver le sinus et le cosinus d’un angle donné, ou de trouver l’angle à partir du sinus ou du cosinus. Ici, en suivant les lignes verticales depuis le diamètre jusqu’au limbe de l’instrument, on retrouve l’*angle supplémentaire* de l’arc semi-diurne (son complément à 180°).

Autrement dit, si on note  $\theta$  l’angle supplémentaire de l’arc semi-diurne  $H_0$  :

$$\begin{aligned} \cos(H_0) &= -\cos(\theta) \\ \text{or : } \sin_v(H_0) &= 1 - \cos(H_0) \\ &= 1 + \cos(\theta) \\ \text{d’après Nunes : } \sin_v(H_0) &= \frac{is}{if} \\ \text{donc : } \cos(\theta) &= \frac{is}{if} - 1 \\ &= \frac{is - if}{if} = \frac{fs}{if} \end{aligned}$$

Puisque la fraction mesurée sur le diamètre de l’instrument correspond justement à  $\frac{fs}{if}$ , l’angle mesuré sur le quadrant inférieur est bien l’angle  $\theta$ .



**FIGURE 7** – Détermination de l’arc semi-diurne sur la maquette. Sur le quart inférieur, chaque graduation d’une heure supplémentaire ajoute  $7,5^\circ$  à l’arc semi-diurne. Ici,  $H_0 \approx 113^\circ$ .

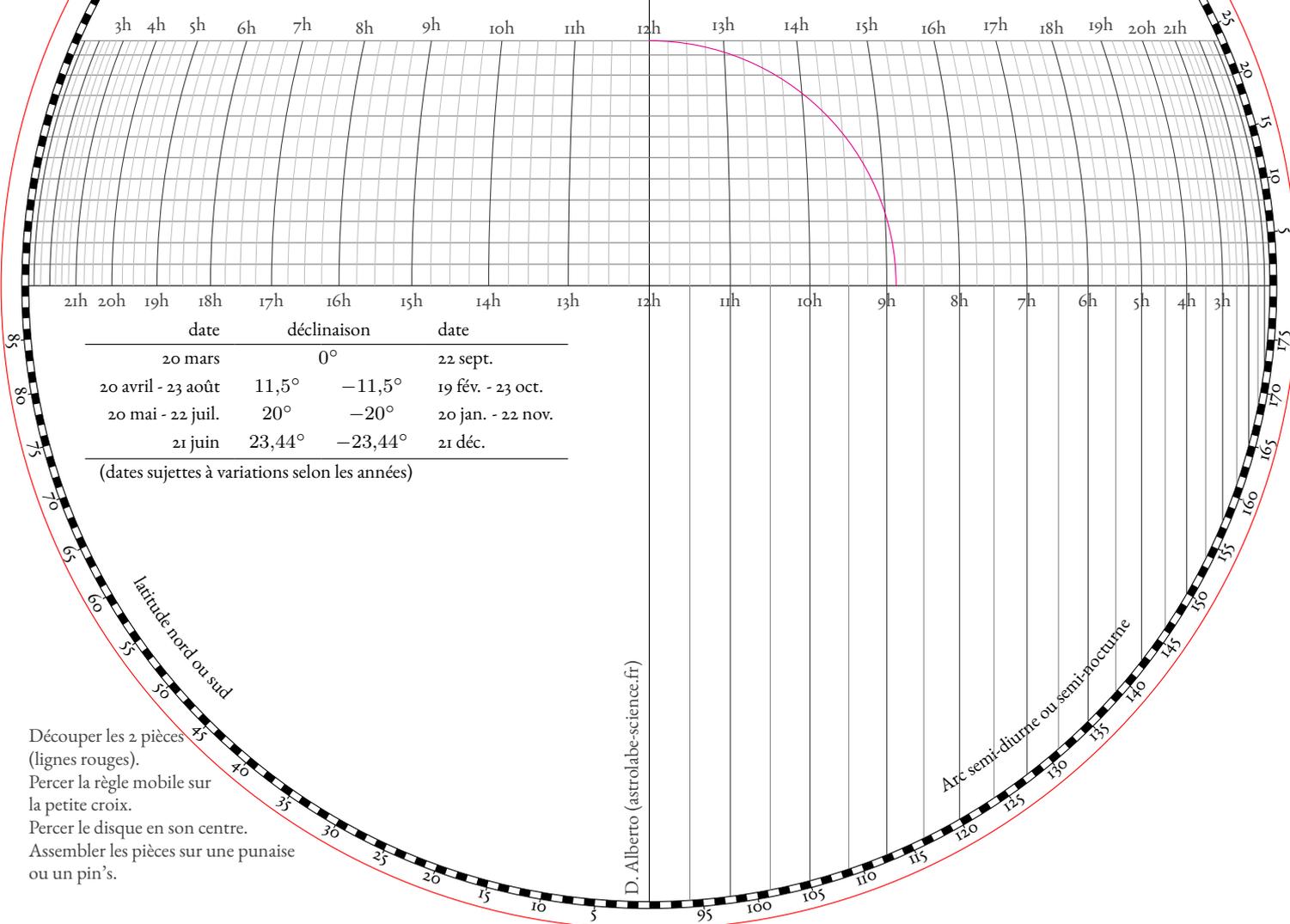
L’arc semi-diurne se déduit de  $\theta$ , par lecture des graduations sur le limbe, uniquement pour les cas où  $H_0 \geq 90^\circ$ , pour des raisons de place.

Si la combinaison latitude-déclinaison est telle que le jour dure moins de 12 h, les graduations du limbe indiquent « l’arc semi-nocturne », et c’est finalement son supplémentaire  $\theta$  qui est l’arc semi-diurne.

## Durée du jour, de la nuit et du crépuscule

**Durées du jour et de la nuit :**  
 Repérer la déclinaison de la date (lignes parallèles).  
 Tourner la règle pour régler la latitude.  
 Repérer l'intersection de l'horizon avec le parallèle.  
 Sur les courbes, lire la durée du jour et celle de la nuit.  
 Quand la latitude et la déclinaison sont de signes opposés,  
 le jour dure moins de 12 h.

**Durée du crépuscule :**  
 Repérer l'intersection du parallèle avec le crépuscule.  
 Suivre les lignes pour lire la durée totale  
 (durée du jour+crépuscule du matin+crépuscule du soir).  
 Retrancher la durée du jour et diviser le résultat par 2 pour  
 obtenir la durée du crépuscule.  
 Si la latitude et la déclinaison sont de signe opposé, faire pivoter  
 la règle de 180° pour lire les durées à soustraire.



date	déclinaison	date
20 mars	0°	22 sept.
20 avril - 23 août	11,5°	-11,5°
20 mai - 22 juil.	20°	-20°
21 juin	23,44°	-23,44°
		21 déc.

(dates sujettes à variations selon les années)

D. Alberto (astrolabe-science.fr)

Découper les 2 pièces  
 (lignes rouges).  
 Percer la règle mobile sur  
 la petite croix.  
 Percer le disque en son centre.  
 Assembler les pièces sur une punaise  
 ou un pin's.

